

Data Structures and algorithms

Instructor : Dr.Amin Eskandari

Head-Ta's : Hamid Namjoo manesh, Amir Hossein Hemati , Ali Mojahed
Ta's : Amir Mohammad Asadjoo , Padina razmjooi , Armin Janfaza , Alireza Heydari , Mahdi Torabi ,
Maryam Ghorbani , Fatemeh Keshavarz , MohammadReza Fasli , Abolfazl Tadrissi

Week 02 Questions

سوالات تکالیف هفته ۰۲

سؤال اول (۱۰ امتیاز) : تحلیل درخت بازگشتی

رابطه بازگشتی زیر را در نظر بگیرید:

$$T(n) = T(2n/3) + T(n/3) + n$$

$$T(1) = 1$$

(۱) درخت بازگشتی این رابطه را رسم کنید.

(۲) رابطه بازگشتی را حل کنید و جواب را به صورت $\theta()$ بدست آورید.

(۳) اندازه زیر مسئله‌ها در هر سطح را مشخص کنید.

(۴) نشان دهید مجموع اندازه‌های گره‌های هر سطح دقیقاً برابر n است.

سؤال دوم (۳۰ امتیاز) : تحلیل رابطه بازگشتی

رابطه بازگشتی زیر را در نظر بگیرید: $(T(1) = \theta(1))$ فرض کنید

$$T(n) = 2T(n/2) + n / \log n$$

(۱) مشخص کنید پارامترهای a و b و $f(n)$ در قالب قضیه اصلی (Master Theorem) چه هستند؟

(۲) تابع را با استفاده از قضیه اصلی (Master Theorem) تحلیل کنید.

(۳) مرتبه زمانی $T(n)$ را بدست آورید.

سؤال سوم (۵۰ امتیاز) : رشد توابع

رابطه بازگشتی زیر را در نظر بگیرید:

$$T(n) = a T(n/2) + \log n$$

به سوالات زیر پاسخ دهید:

(۱) به ازای چه مقداری از a رشد تابع از مرتبه $\theta(\log n)$ خواهد بود؟

(۲) به ازای چه مقادیری از a رشد تابع چند جمله ای در $\log n$ می شود؟

(۳) آیا مقداری از a وجود دارد که رشد تابع را به صورت نمایی در $\log n$ درآورد؟

سوال چهارم (۷۰ امتیاز) : ترکیبی

رابطه بازگشتی زیر را تحلیل کنید:

$$T(n) = 4T(n/2) + n^2 \log n$$

این رابطه را با استفاده از قضیه اصلی (Master Theorem) و در صورت نیاز با تغییر متغیر تحلیل کنید.

سوال پنجم (۱۰۰ امتیاز) : رشد توابع

فرض کنید توابع زیر تعریف شده اند (تمام لگاریتم ها مبنای ۲ هستند)

1. $f_1(n) = n \log \log n$

2. $f_2(n) = (\log n)^{(\log n)}$

3. $f_3(n) = n \log n$

4. $f_4(n) = 2^{(\log n)}$

5. $f_5(n) = n!$

6. $f_6(n) = (n/2)! \cdot 2^n$

7. $f_7(n) = 2^{((\log n)^2)}$

8. $f_8(n) = n^{(\log n)}$

توابع فوق را بر حسب رشد از کوچکترین تا بزرگترین مرتب کنید.

نکته: اگر دو تابع هم مرتبه هستند باید این موضوع را به صورت ریاضی اثبات کنید.
